Bab 2: Relativitas Khusus dan Simetri Lorentz

Pada Bab 1 kita melihat mengapa teori medan kuantum diperlukan: mekanika kuantum harus dapat hidup bersama relativitas khusus, dan jumlah partikel tidak selalu tetap. Bab ini membangun sisi relativistiknya. Kita belum akan mengkuantisasi medan. Kita akan mempelajari panggung tempat medan relativistik didefinisikan: ruang-waktu Minkowski, empat-vektor, transformasi Lorentz, invarian relativistik, dan kausalitas.

Tujuan bab ini bukan mengulang relativitas khusus sebagai topik terpisah, melainkan menyiapkan bahasa yang akan dipakai terus-menerus dalam teori medan kuantum. Dalam QFT, persamaan medan, propagator, amplitudo hamburan, dan Lagrangian harus ditulis sedemikian rupa sehingga semua pengamat inersial sepakat tentang hukum fisik yang sama. Prinsip inilah yang disebut kovariansi Lorentz atau invariansi Lorentz, bergantung pada konteks teknisnya. Formulasi geometris relativitas khusus sebagai ruang-waktu empat-dimensi berasal dari gagasan Einstein tentang relativitas khusus dan perumusan Minkowski tentang ruang dan waktu sebagai satu kesatuan geometris (Einstein, 1905; Minkowski, 1909).

2.1 Peristiwa, pengamat, dan mengapa ruang-waktu perlu disatukan

Dalam fisika Newtonian, ruang dan waktu dianggap terpisah. Kita membayangkan ruang sebagai panggung tiga-dimensi, sedangkan waktu mengalir sama bagi semua orang. Jika dua peristiwa terjadi bersamaan menurut satu pengamat, maka keduanya juga terjadi bersamaan menurut pengamat lain. Relativitas khusus mengubah gambaran ini.

Istilah pertama yang perlu kita definisikan adalah peristiwa. Sebuah peristiwa adalah sesuatu yang terjadi pada satu lokasi ruang dan satu waktu tertentu. Contohnya:

- lampu kilat menyala di koordinat x=2 m, y=0, z=0, pada waktu t=5 ns;
- dua partikel bertumbukan di titik detektor tertentu pada waktu tertentu;
- foton terdeteksi oleh sensor pada koordinat dan waktu tertentu.

Dalam relativitas khusus, satu peristiwa diberi empat koordinat:

$$(t, x, y, z).$$

Sering kali kita mengalikan waktu dengan kecepatan cahaya c, sehingga semua koordinat memiliki satuan panjang:

$$(ct, x, y, z).$$

Dalam banyak bagian buku ini kita akan memakai satuan alami, yaitu

$$c = 1.$$

Dengan pilihan ini, waktu dan jarak dinyatakan dalam satuan yang saling dapat dikonversi. Misalnya, jika c=1, maka cahaya menempuh jarak 1 satuan panjang dalam 1 satuan waktu. Ini bukan berarti kecepatan cahaya “hilang”; kita hanya memilih satuan sehingga nilainya menjadi 1. Jika diperlukan, faktor c dapat dikembalikan dengan analisis dimensi.

Koordinat ruang-waktu ditulis sebagai empat-vektor posisi:

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z),$$

dengan konvensi c=1. Indeks Yunani seperti μ,nu,ρ biasanya berjalan dari 0 sampai 3. Komponen 0 adalah komponen waktu, sedangkan komponen 1,2,3 adalah komponen ruang.

Mengapa ini penting? Karena dalam relativitas khusus, pengamat inersial yang bergerak relatif satu sama lain tidak harus sepakat tentang pemisahan antara “waktu” dan “ruang”. Tetapi mereka harus sepakat tentang struktur ruang-waktu tertentu, yaitu interval Minkowski.

2.2 Interval Minkowski: besaran yang disepakati semua pengamat inersial

Dalam geometri Euclidean biasa, jarak antara dua titik di ruang tiga-dimensi adalah

$$\Delta\ell^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2.$$

Rotasi biasa tidak mengubah jarak ini. Jika kita memutar sumbu koordinat, komponen Δ x,Δ y,Δ z berubah, tetapi Δ ell² tetap sama.

Relativitas khusus memiliki analog yang lebih dalam. Untuk dua peristiwa dengan selisih koordinat

$$\Delta x^\mu = (\Delta t, \Delta x, \Delta y, \Delta z),$$

kita definisikan interval ruang-waktu sebagai

$$\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2.$$

Di sini kita memakai konvensi tanda

$$\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1),$$

sehingga

$$\Delta s^2 = \eta_{\mu\nu} \Delta x^\mu \Delta x^\nu.$$

Simbol η(μnu) disebut metrik Minkowski. Kata "metrik" berarti aturan untuk menghitung "panjang" atau hasil kali dalam. Namun "panjang" di ruang-waktu Minkowski berbeda dari panjang Euclidean karena ada tanda minus untuk komponen ruang. Konvensi tanda lain, diag(-1,+1,+1,+1), juga sering digunakan dalam literatur. Keduanya benar selama dipakai konsisten. Banyak buku QFT memakai salah satu dari dua konvensi ini; kita akan memakai (+,-,-,-), yang umum dalam beberapa teks teori medan (Peskin & Schroeder, 1995; Weinberg, 1995).

Interval Δs^2 adalah invarian Lorentz: nilainya sama untuk semua pengamat inersial. Inilah analog relativistik dari panjang Euclidean yang tidak berubah di bawah rotasi. Perbedaannya, transformasi yang mempertahankan interval Minkowski bukan rotasi ruang biasa saja, melainkan transformasi Lorentz.

Mari lihat tiga jenis interval.

Interval timelike

Jika

$$\Delta s^2 > 0,$$

maka dua peristiwa disebut terpisah secara timelike. Artinya, ada kerangka acuan inersial di mana kedua peristiwa terjadi di tempat yang sama tetapi pada waktu berbeda. Secara fisik, satu peristiwa dapat memengaruhi peristiwa lain tanpa melebihi kecepatan cahaya.

Contoh: sebuah muon tercipta di atmosfer, lalu beberapa waktu kemudian meluruh. Dua peristiwa "muon tercipta" dan "muon meluruh" berada pada lintasan partikel yang sama. Dalam kerangka diam muon, keduanya terjadi di posisi ruang yang sama, hanya waktunya berbeda. Waktu yang diukur dalam kerangka diam partikel disebut waktu wajar atau proper time.

Interval lightlike atau null

Jika

$$\Delta s^2 = 0,$$

maka dua peristiwa disebut terpisah secara lightlike atau null. Artinya, keduanya dapat dihubungkan oleh sinyal cahaya di vakum. Untuk gerak sepanjang sumbu x, misalnya,

$$\Delta t^2 - \Delta x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad |\Delta x| = |\Delta t|$$

dalam satuan c=1.

Contoh: lampu kilat menyala di titik A, lalu foton dari lampu itu tiba di detektor B. Peristiwa emisi dan deteksi foton terpisah secara lightlike.

Interval spacelike

Jika

$$\Delta s^2 < 0,$$

maka dua peristiwa disebut terpisah secara spacelike. Artinya, tidak ada sinyal yang bergerak dengan kecepatan ≤ c yang dapat menghubungkan keduanya. Dalam beberapa kerangka, peristiwa A terjadi lebih dulu; dalam kerangka lain, peristiwa B dapat terjadi lebih dulu. Karena urutan waktunya tidak universal, dua peristiwa spacelike tidak boleh memiliki hubungan sebab-akibat langsung dalam teori relativistik.

Contoh: dua lampu menyala hampir bersamaan di dua kota yang sangat jauh, sehingga cahaya dari lampu pertama belum sempat mencapai lampu kedua ketika lampu kedua menyala. Urutan “mana yang menyala dulu” dapat bergantung pada kerangka acuan. Karena itu, mengatakan bahwa salah satu menyebabkan yang lain akan bertentangan dengan relativitas khusus.

Klasifikasi timelike, lightlike, dan spacelike adalah salah satu fondasi kausalitas relativistik (Taylor & Wheeler, 1992; Rindler, 2006). Dalam teori medan kuantum, gagasan ini akan muncul kembali sebagai syarat bahwa pengukuran pada titik-titik yang terpisah spacelike tidak dapat dipakai untuk mengirim sinyal lebih cepat daripada cahaya.

2.3 Transformasi Lorentz sebagai “rotasi” ruang-waktu

Sekarang kita definisikan transformasi yang mempertahankan interval Minkowski. Sebuah transformasi linear

$$x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}{}_{\nu} x^{\nu}$$

disebut transformasi Lorentz jika memenuhi

$$\eta_{\rho\sigma} \Lambda^{\rho}{}_{\mu} \Lambda^{\sigma}{}_{\nu} = \eta_{\mu\nu}.$$

Dalam notasi matriks, syarat ini ditulis

$$\Lambda^T \eta \Lambda = \eta.$$

Maknanya sederhana tetapi kuat: setelah koordinat diubah oleh Lambda, interval tetap sama.

$$x'^2 = x^2.$$

Di sini

$$x^2 \equiv \eta_{\mu\nu} x^{\mu} x^{\nu} = (x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2.$$

Transformasi Lorentz mencakup rotasi ruang biasa dan juga boost, yaitu transformasi antara dua pengamat inersial yang bergerak relatif dengan kecepatan konstan.

Untuk boost sepanjang arah x, transformasinya adalah

$$t' = \gamma(t - vx),$$

$$x' = \gamma(x - vt),$$

$$y' = y, \qquad z' = z,$$

dengan

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}},$$

karena kita memakai c=1. Jika ingin menulis dengan c eksplisit,

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Besaran γ disebut faktor Lorentz. Ketika vll c, maka γ ≈ 1, sehingga transformasi Lorentz mendekati intuisi klasik. Tetapi ketika v mendekati c, γ menjadi besar, dan efek relativistik seperti dilatasi waktu serta kontraksi panjang menjadi penting. Bentuk transformasi ini merupakan konsekuensi standar dari postulat relativitas khusus dan invariansi kecepatan cahaya (Einstein, 1905; Taylor & Wheeler, 1992).

Mari periksa bahwa transformasi ini mempertahankan interval untuk gerak satu dimensi. Kita hitung

$$t'^2 - x'^2 = \gamma^2(t - vx)^2 - \gamma^2(x - vt)^2.$$

Kembangkan:

$$t'^2 - x'^2 = \gamma^2 \left[(t^2 - 2vtx + v^2x^2) - (x^2 - 2vxt + v^2t^2)\right].$$

Suku silang saling menghapus:

$$t'^2 - x'^2 = \gamma^2 \left[(1 - v^2)t^2 - (1 - v^2)x^2\right].$$

Karena

$$\gamma^2(1 - v^2) = 1,$$

maka

$$t'^2 - x'^2 = t^2 - x^2.$$

Jadi interval memang tidak berubah.

Contoh fisik: bayangkan dua peristiwa adalah dua detak jam yang sama. Dalam kerangka diam jam, jarak ruang antara dua detak adalah nol, sehingga

$$\Delta s^2 = \Delta\tau^2,$$

dengan $\Delta\tau$ adalah waktu wajar. Dalam kerangka lain, jam bergerak, sehingga dua detak terjadi pada posisi berbeda. Namun interval harus sama:

$$\Delta\tau^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2.$$

Jika $\Delta x = v\Delta t$, maka

$$\Delta\tau^2 = \Delta t^2(1 - v^2) = \frac{\Delta t^2}{\gamma^2}.$$

Jadi

$$\Delta t = \gamma\Delta\tau.$$

Inilah dilatasi waktu: jam bergerak tampak berdetak lebih lambat menurut pengamat yang melihatnya bergerak. Dalam fisika partikel, efek ini bukan sekadar konsep pedagogis; umur partikel tak stabil yang bergerak cepat di laboratorium memang tampak lebih panjang daripada umur wajarnya, sesuai relativitas khusus.

2.4 Empat-vektor dan aturan indeks

Dalam QFT, kita ingin menulis persamaan yang bentuknya sama di semua kerangka inersial. Untuk itu kita memakai objek yang transformasinya teratur di bawah Lorentz. Objek paling dasar adalah empat-vektor.

Sebuah empat-vektor kontravarian A^μ adalah objek dengan empat komponen yang berubah menurut

$$A'^{\mu} = \Lambda^{\mu}{}_{\nu} A^{\nu}$$

ketika kita melakukan transformasi Lorentz. Contoh empat-vektor adalah posisi ruang-waktu:

$$x^{\mu} = (t, x, y, z).$$

Untuk menurunkan indeks, kita memakai metrik Minkowski:

$$A_{\mu} = \eta_{\mu\nu} A^{\nu}.$$

Dengan konvensi (+,-,-,-), jika

$$A^{\mu} = (A^0, A^1, A^2, A^3),$$

maka

$$A_{\mu} = (A^0, -A^1, -A^2, -A^3).$$

Hasil kali Lorentz antara dua empat-vektor adalah

$$A \cdot B = A_\mu B^\mu = \eta_{\mu\nu} A^\mu B^\nu.$$

Secara eksplisit,

$$A \cdot B = A^0 B^0 - A^1 B^1 - A^2 B^2 - A^3 B^3.$$

Jika indeks yang sama muncul sekali di atas dan sekali di bawah, kita jumlahkan indeks itu. Ini disebut konvensi penjumlahan Einstein. Misalnya,

$$A_\mu B^\mu$$

berarti

$$\sum_{\mu=0}^{3} A_\mu B^\mu.$$

Konvensi ini membuat persamaan relativistik jauh lebih ringkas.

Satu hal penting: besaran dengan semua indeks terkontraksi, seperti Aμ B^μ, adalah skalar Lorentz, yaitu besaran yang tidak berubah di bawah transformasi Lorentz. Dalam teori medan, Lagrangian biasanya dibangun dari skalar Lorentz agar aksi fisik tidak bergantung pada pilihan pengamat inersial (Weinberg, 1995; Schwartz, 2014).

Contoh sederhana: jika p^μ adalah empat-momentum partikel dan x^μ adalah empat-posisi, maka

$$p \cdot x = p_\mu x^\mu$$

adalah skalar Lorentz. Kuantitas seperti ini muncul dalam gelombang bidang relativistik,

$$e^{-ip\cdot x},$$

yang akan sering kita temui dalam solusi persamaan Klein-Gordon dan Dirac.

2.5 Empat-kecepatan, empat-momentum, dan massa invarian

Dalam mekanika klasik, momentum partikel adalah

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}.$$

Dalam relativitas khusus, bentuk ini perlu dimodifikasi agar sesuai dengan transformasi Lorentz. Kita mulai dari lintasan partikel dalam ruang-waktu:

$$x^\mu(\tau),$$

dengan τ adalah waktu wajar partikel. Empat-kecepatan didefinisikan sebagai

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}.$$

Karena

$$d\tau^2 = dt^2 - d\mathbf{x}^2 = dt^2(1 - \mathbf{v}^2),$$

maka

$$d\tau = \frac{dt}{\gamma},$$

dan

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \gamma(1, \mathbf{v}).$$

Untuk partikel bermassa m, empat-momentum didefinisikan sebagai

$$p^\mu = mu^\mu.$$

Jadi

$$p^\mu = (\gamma m, \gamma m\mathbf{v}).$$

Komponen waktunya adalah energi:

$$E = \gamma m,$$

dan komponen ruangnya adalah momentum relativistik:

$$\mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v}.$$

Maka

$$p^\mu = (E, \mathbf{p})$$

dalam satuan c=1. Jika c ditulis eksplisit, bentuknya sering ditulis

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p}\right).$$

Sekarang hitung normanya:

$$p^2 = p_\mu p^\mu = E^2 - \mathbf{p}^2.$$

Karena p^μ=mu^μ, dan uμ u^μ=1, maka

$$p^2 = m^2.$$

Jadi

$$E^2 - \mathbf{p}^2 = m^2.$$

Atau, dengan c eksplisit,

$$E^2 = \mathbf{p}^2c^2 + m^2c^4.$$

Persamaan ini adalah salah satu persamaan paling penting dalam fisika relativistik. Ia menyatukan energi, momentum, dan massa diam partikel. Massa m disebut massa invarian karena nilainya sama untuk semua pengamat inersial. Energi E dan momentum p berubah ketika kita berpindah kerangka, tetapi kombinasi E^2-p^2 tetap sama (Rindler, 2006; Peskin & Schroeder, 1995).

Contoh 1: partikel diam. Jika p=0, maka

$$E^2 = m^2 \quad \Rightarrow \quad E = m$$

untuk energi positif. Dengan c eksplisit,

$$E = mc^2.$$

Contoh 2: partikel tak bermassa. Jika m=0, maka

$$E^2 = \mathbf{p}^2 \quad \Rightarrow \quad E = |\mathbf{p}|$$

untuk energi positif. Foton dalam elektrodinamika kuantum diperlakukan sebagai kuanta medan elektromagnetik tak bermassa, sehingga memenuhi hubungan dispersi ini dalam vakum.

Hubungan

$$E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2$$

juga akan muncul saat kita mempelajari persamaan Klein-Gordon. Persamaan medan relativistik bebas harus menghasilkan hubungan energi-momentum ini untuk eksitasi partikelnya.

2.6 Kerucut cahaya dan struktur kausal

Ambil satu peristiwa sebagai titik asal ruang-waktu:

$$x^\mu = 0.$$

Semua peristiwa yang memenuhi

$$t^2 - \mathbf{x}^2 = 0$$

membentuk kerucut cahaya. Dalam diagram dengan satu sumbu waktu dan satu sumbu ruang, bentuknya seperti dua garis diagonal: satu menuju masa depan, satu menuju masa lalu. Dalam tiga dimensi ruang, permukaan ini benar-benar menyerupai kerucut.

Kerucut cahaya membagi ruang-waktu menjadi beberapa wilayah.

Pertama, masa depan timelike adalah wilayah dengan

$$t > 0, \qquad t^2 - \mathbf{x}^2 > 0.$$

Peristiwa di wilayah ini dapat dipengaruhi oleh peristiwa asal melalui sinyal yang kecepatannya kurang dari cahaya.

Kedua, masa lalu timelike adalah wilayah dengan

$$t < 0, \qquad t^2 - \mathbf{x}^2 > 0.$$

Peristiwa di wilayah ini dapat memengaruhi peristiwa asal.

Ketiga, permukaan

$$t^2 - \mathbf{x}^2 = 0$$

adalah wilayah lightlike, tempat sinyal cahaya bergerak.

Keempat, wilayah dengan

$$t^2 - \mathbf{x}^2 < 0$$

adalah wilayah spacelike. Peristiwa di wilayah ini tidak dapat dihubungkan secara kausal dengan peristiwa asal tanpa sinyal lebih cepat daripada cahaya.

Mengapa ini sangat penting untuk QFT? Karena teori medan kuantum harus menghormati kausalitas relativistik. Secara kasar, operasi fisik pada dua titik yang terpisah spacelike tidak boleh memungkinkan pengiriman informasi lebih cepat daripada cahaya. Dalam formulasi operator, gagasan ini akan muncul sebagai syarat komutator atau antikomutator medan pada pemisahan spacelike. Kita belum memerlukan detailnya sekarang, tetapi kerucut cahaya adalah gambar geometris yang harus selalu diingat.

Contoh: misalkan dua detektor A dan B berjarak 300 km. Cahaya membutuhkan sekitar 1 ms untuk menempuh jarak itu. Jika A mencatat peristiwa pada t=0 dan B mencatat peristiwa pada t=0.1 ms, maka pemisahan keduanya spacelike, sebab sinyal cahaya dari A belum sempat mencapai B. Jika ada teori yang mengatakan bahwa peristiwa A secara langsung mengontrol hasil di B dalam arti dapat mengirim pesan, teori itu akan bertentangan dengan kausalitas relativistik.

Dalam mekanika kuantum, korelasi dapat muncul dengan cara yang tidak klasik, seperti pada eksperimen entanglement. Namun korelasi kuantum tidak otomatis berarti sinyal dapat dikirim lebih cepat daripada cahaya. Dalam QFT relativistik, pemisahan antara korelasi dan pengiriman sinyal menjadi sangat penting; struktur Lorentz membantu menjaga batas kausal tersebut (Weinberg, 1995; Schwartz, 2014).

2.7 Simetri: apa yang berubah dan apa yang tetap sama

Kata simetri sering dipakai secara informal, tetapi dalam fisika maknanya sangat tepat. Sebuah simetri adalah transformasi yang mengubah deskripsi suatu sistem tetapi tidak mengubah isi fisik atau hukum yang berlaku.

Contoh sederhana dari mekanika klasik: jika suatu eksperimen dilakukan hari ini atau besok dalam kondisi yang sama, hukum fisik yang dipakai tetap sama. Ini adalah simetri terhadap translasi waktu. Melalui teorema Noether, simetri translasi waktu berkaitan dengan kekekalan energi. Kita akan membahas teorema Noether lebih sistematis di Bab 4.

Dalam relativitas khusus, simetri utama adalah simetri Poincaré, yang terdiri dari:

1. translasi waktu,
2. translasi ruang,
3. rotasi ruang,
4. boost Lorentz.

Transformasi Lorentz mencakup rotasi dan boost, sedangkan grup Poincaré menambahkan translasi ruang-waktu:

$$x^{\mu} \to x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}{}_{\nu} x^{\nu} + a^{\mu},$$

dengan a^μ adalah pergeseran konstan dalam ruang-waktu.

Mengapa translasi penting? Jika hukum fisika berbeda antara lokasi A dan lokasi B tanpa alasan fisik, maka momentum tidak perlu kekal. Jika hukum fisika berbeda dari satu waktu ke waktu lain, energi tidak perlu kekal. Dalam teori medan relativistik standar, kita biasanya memulai dengan mengasumsikan bahwa ruang-waktu kosong bersifat homogen dan isotropik: tidak ada titik ruang, arah ruang, atau waktu absolut yang istimewa. Prinsip ini dikodekan dalam simetri Poincaré (Weinberg, 1995).

Simetri Lorentz bukan berarti semua pengamat mengukur angka yang sama untuk semua besaran. Energi partikel dapat berbeda bagi pengamat yang berbeda. Panjang benda bergerak dapat berbeda dari panjang diamnya. Yang sama adalah hukum fisika dan invarian yang dibangun secara benar.

Perbedaan ini penting:

- Kovarian Lorentz berarti persamaan mempertahankan bentuknya di bawah transformasi Lorentz.
- Invarian Lorentz berarti suatu besaran tidak berubah nilainya di bawah transformasi Lorentz.

Contoh kovarian: persamaan

$$p^{\mu} = m u^{\mu}$$

adalah kovarian karena kedua sisi adalah empat-vektor. Komponennya berubah ketika kita berpindah kerangka, tetapi bentuk persamaannya tetap sama.

Contoh invarian:

$$p_{\mu} p^{\mu} = m^2$$

adalah invarian karena kedua sisinya adalah skalar Lorentz.

Dalam QFT, kita akan sering bertanya: apakah Lagrangian ini skalar Lorentz? Apakah medan ini berubah sebagai skalar, spinor, atau vektor? Apakah amplitudo akhir bergantung pada pilihan kerangka, atau hanya pada kombinasi invarian seperti $p_1 \cdot p_2$? Pertanyaan-pertanyaan ini bukan dekorasi matematis; mereka adalah cara agar teori kita konsisten dengan relativitas khusus.

2.8 Medan dan representasi Lorentz

Kita sekarang menghubungkan relativitas dengan teori medan. Sebuah medan adalah objek yang memiliki nilai di setiap titik ruang-waktu. Tetapi jenis nilainya dapat berbeda-beda.

Medan paling sederhana adalah medan skalar:

$$\phi(x).$$

Disebut skalar karena di bawah transformasi Lorentz nilainya berubah menurut aturan

$$\phi'(x') = \phi(x).$$

Artinya, jika dua pengamat menunjuk peristiwa fisik yang sama, mereka sepakat tentang nilai medan skalar di peristiwa itu. Contoh yang akan kita pelajari pada Bab 5 adalah medan skalar Klein-Gordon.

Ada juga medan vektor, misalnya

$$A^\mu(x).$$

Medan vektor memiliki indeks Lorentz dan berubah seperti empat-vektor:

$$A'^\mu(x') = \Lambda^\mu{}_\nu A^\nu(x).$$

Medan elektromagnetik dalam formulasi relativistik direpresentasikan oleh potensial empat-vektor A^μ, walaupun teori gauge membuat interpretasinya lebih halus daripada sekadar “empat komponen fisik”. Kita akan membahas hal ini saat masuk ke QED dan kuantisasi medan gauge.

Ada pula medan spinor, seperti medan Dirac ψ(x), yang menggambarkan fermion relativistik seperti elektron. Spinor tidak berubah seperti vektor biasa. Ia membawa representasi khusus dari grup Lorentz yang berkaitan dengan spin 1/2. Detailnya akan kita pelajari di Bab 11. Untuk saat ini, cukup pahami bahwa simetri Lorentz tidak hanya memberi tahu bagaimana koordinat berubah, tetapi juga bagaimana jenis-jenis medan boleh berubah.

Secara umum, partikel dalam teori relativistik diklasifikasikan menurut massa dan spin, yang terkait dengan representasi grup Poincaré. Analisis representasi ini merupakan salah satu alasan mendasar mengapa konsep partikel dalam QFT berkaitan erat dengan simetri ruang-waktu (Wigner, 1939; Weinberg, 1995).

Contoh penting: medan skalar menghasilkan partikel spin-0. Medan Dirac menghasilkan partikel spin-frac12. Medan gauge seperti foton berkaitan dengan spin-1. Pernyataan ini akan menjadi lebih presisi setelah kita mempelajari kuantisasi medan dan representasi keadaan partikel.

2.9 Membangun persamaan relativistik: prinsip praktis

Kita akan sering memakai strategi berikut:

1. tentukan medan yang ingin dipakai;
2. tentukan bagaimana medan itu berubah di bawah Lorentz;
3. bangun Lagrangian sebagai skalar Lorentz;
4. turunkan persamaan gerak;
5. kuantisasi medan;
6. hitung observabel.

Mari lihat contoh awal tanpa kuantisasi.

Untuk medan skalar real φ(x), kita ingin Lagrangian yang merupakan skalar Lorentz. Turunan biasa terhadap koordinat ditulis

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}.$$

Dengan konvensi kita,

$$\partial_\mu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \nabla\right)$$

sebagai operator berindeks bawah, sedangkan

$$\partial^\mu = \eta^{\mu\nu}\partial_\nu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\nabla\right).$$

Kombinasi

$$\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi$$

adalah skalar Lorentz jika φ adalah medan skalar. Secara eksplisit,

$$\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi = (\partial_t\phi)^2 - |\nabla\phi|^2.$$

Maka bentuk Lagrangian bebas yang wajar untuk medan skalar real adalah

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2.$$

Kita belum akan menurunkan persamaan geraknya sekarang, tetapi hasilnya adalah persamaan Klein-Gordon:

$$(\partial_\mu\partial^\mu + m^2)\phi = 0.$$

Operator

$$\partial_\mu\partial^\mu = \partial_t^2 - \nabla^2$$

disebut operator d'Alembertian dan sering ditulis

$$\Box = \partial_\mu\partial^\mu.$$

Perhatikan logikanya. Kita tidak memilih bentuk Lagrangian secara sembarang. Kita menuntut agar bentuknya lokal, sederhana, dan Lorentz-invarian. Syarat simetri sangat membatasi kemungkinan teori. Inilah salah satu pelajaran besar teori medan: simetri bukan hanya hiasan, tetapi alat konstruksi.

Dalam bab-bab berikutnya, prinsip ini akan terus muncul. QED dibangun dari invariansi Lorentz dan gauge U(1). Teori Yang-Mills dibangun dari invariansi Lorentz dan simetri gauge non-Abelian. Model Standar dibangun dengan memilih medan dan simetri, lalu menulis semua interaksi yang konsisten dengan prinsip-prinsip tersebut dalam kerangka teori medan efektif pada energi yang relevan (Peskin & Schroeder, 1995; Schwartz, 2014).

2.10 Invarian hamburan: mengapa dot product empat-momentum penting

Walaupun perhitungan hamburan baru akan dibahas lebih jauh di Bab 8 dan Bab 9, kita sudah dapat melihat mengapa invarian Lorentz sangat berguna.

Misalkan dua partikel dengan empat-momentum p_1^μ dan p_2^μ bertumbukan. Jumlah empat-momentum total adalah

$$P^\mu = p_1^\mu + p_2^\mu.$$

Norma Lorentz-nya

$$P^2 = (p_1 + p_2)^2$$

adalah invarian. Dalam fisika partikel, besaran ini sering disebut

$$s = (p_1 + p_2)^2,$$

salah satu dari variabel Mandelstam. Besaran s sama dengan kuadrat energi total dalam kerangka pusat massa. Karena s invarian Lorentz, pengamat laboratorium dan pengamat pusat massa dapat memakai nilai yang sama meskipun mereka membagi energi dan momentum secara berbeda.

Contoh: dua partikel identik bermassa m bertumbukan saling berhadapan dengan momentum p dan -p. Maka

$$p_1^\mu = (E, \mathbf{p}), \qquad p_2^\mu = (E, -\mathbf{p}).$$

Jumlahnya

$$P^\mu = (2E, \mathbf{0}).$$

Jadi

$$s = P^2 = (2E)^2 = 4E^2.$$

Jika energi cukup besar, tumbukan dapat menghasilkan partikel baru dengan massa total lebih besar daripada massa partikel awal, selama energi dan momentum total kekal. Inilah salah satu alasan akselerator partikel dirancang untuk mencapai energi pusat massa tinggi.

Dalam QFT, amplitudo hamburan sering ditulis sebagai fungsi dari invarian seperti s,t,u, bukan dari energi dan sudut dalam satu kerangka tertentu. Ini membuat hasil perhitungan tidak terikat pada pilihan koordinat. Buku-buku QFT standar menggunakan struktur invarian ini secara sistematis saat menghubungkan aturan Feynman dengan observabel hamburan (Peskin & Schroeder, 1995; Schwartz, 2014).

2.11 Apa yang harus diingat sebelum masuk ke medan klasik

Mari kita rangkum inti bab ini.

Relativitas khusus menyatukan ruang dan waktu menjadi ruang-waktu Minkowski. Satu peristiwa dinyatakan oleh empat koordinat x^μ. Semua pengamat inersial boleh tidak sepakat tentang Δ t dan Δ x secara terpisah, tetapi mereka sepakat tentang interval

$$\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta \mathbf{x}^2.$$

Transformasi yang mempertahankan interval ini disebut transformasi Lorentz. Objek yang berubah secara teratur di bawah transformasi ini disebut empat-vektor, tensor, spinor, atau skalar, bergantung pada aturan transformasinya.

Empat-momentum

$$p^\mu = (E, \mathbf{p})$$

memenuhi invarian

$$p^2 = m^2,$$

atau

$$E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2.$$

Kerucut cahaya membagi ruang-waktu menjadi wilayah timelike, lightlike, dan spacelike. Pembagian ini menentukan struktur kausal teori relativistik. Teori medan kuantum yang sehat harus menghormati struktur ini.

Akhirnya, simetri Lorentz dan Poincaré bukan sekadar latar belakang filosofis. Mereka memberi aturan konstruksi. Jika kita ingin membangun teori medan relativistik, kita harus menulis persamaan dan Lagrangian dengan cara yang kovarian atau invarian Lorentz. Dalam bab berikutnya, kita akan melengkapi sisi kuantumnya: ruang Hilbert, operator, amplitudo probabilitas, dan osilator harmonik. Setelah itu, kita akan siap menyatukan medan klasik dan prinsip aksi sebagai pintu masuk langsung menuju teori medan kuantum.

References

Einstein, A. (1905). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. Annalen der Physik, 17, 891–921.

Minkowski, H. (1909). Raum und Zeit. Physikalische Zeitschrift, 10, 104–111.

Peskin, M. E., & Schroeder, D. V. (1995). An Introduction to Quantum Field Theory. Westview Press.

Rindler, W. (2006). Relativity: Special, General, and Cosmological (2nd ed.). Oxford University Press.

Schwartz, M. D. (2014). Quantum Field Theory and the Standard Model. Cambridge University Press.

Taylor, E. F., & Wheeler, J. A. (1992). Spacetime Physics:

Document information

Bab 2: Relativitas Khusus dan Simetri Lorentz

Project	Teori Medan Kuantum
Document	Document 1.6
Author	Isti_26
Verifier	Not verified
Downloaded	July 04, 2026 23:45 KST
Status	Working
Document link	https://theorytrace.com/projects/teori-medan-kuantum/documents/bab-2-relativitas-khusus-dan-simetri-lorentz/