

## Bab 14: Atom Hidrogen

Atom hidrogen adalah laboratorium alam paling sederhana untuk mekanika kuantum atomik. Ia terdiri dari satu proton bermuatan positif dan satu elektron bermuatan negatif. Karena hanya ada satu elektron, kita tidak perlu menghadapi kerumitan interaksi elektron-elektron seperti pada helium atau atom yang lebih berat. Namun, kesederhanaan ini tidak membuatnya dangkal. Justru dari atom hidrogen kita melihat dengan sangat jelas bagaimana persamaan Schrödinger menghasilkan tingkat energi diskret, orbital atom, bilangan kuantum, dan spektrum garis yang dapat dibandingkan langsung dengan eksperimen.

Secara historis, spektrum hidrogen sudah menjadi teka-teki besar sebelum mekanika kuantum lengkap lahir. Model Bohr tahun 1913 berhasil menebak energi hidrogen dengan menggabungkan gagasan orbit klasik dan kuantisasi momentum sudut, tetapi model itu belum menyediakan teori gelombang yang umum dan konsisten (Bohr, 1913). Persamaan Schrödinger kemudian memberi cara yang lebih dalam: elektron tidak diperlakukan sebagai planet kecil yang mengitari inti pada lintasan tajam, melainkan sebagai keadaan gelombang dalam potensial Coulomb inti (Schrödinger, 1926).

Bab ini menyelesaikan atom hidrogen secara kuantum pada tingkat nonrelativistik. Kita akan memperoleh bilangan kuantum  $n$ ,  $l$ , dan  $m$ , memahami bentuk orbital, melihat asal degenerasi energi, menurunkan skala panjang yang dikenal sebagai radius Bohr, dan menghubungkan hasilnya dengan spektrum hidrogen.

---

### 14.1 Mengapa atom hidrogen penting?

Sebelum masuk ke persamaan, mari kita pahami alasan fisiknya.

Dalam mekanika kuantum, banyak sistem tidak dapat diselesaikan secara eksak. Misalnya, atom helium memiliki dua elektron. Kedua elektron itu sama-sama tertarik oleh inti, tetapi juga saling tolak-menolak. Persoalan tiga benda kuantum seperti ini biasanya memerlukan metode aproksimasi.

Atom hidrogen berbeda. Ia adalah sistem dua benda: proton dan elektron. Dengan perubahan koordinat yang tepat, masalah dua benda ini dapat direduksi menjadi masalah satu partikel efektif yang bergerak dalam potensial pusat. Karena potensial Coulomb memiliki bentuk matematis sederhana, persamaan Schrödinger untuk atom hidrogen dapat diselesaikan secara analitik. Solusi inilah yang menjadi fondasi bagi teori atom, kimia kuantum, spektroskopi, dan fisika materi padat (Griffiths & Schroeter, 2018).

Ada tiga pelajaran besar dari atom hidrogen.

Pertama, energi elektron tidak kontinu. Elektron terikat dalam atom hanya boleh memiliki energi tertentu.

Kedua, keadaan elektron tidak berupa lintasan klasik. Yang kita peroleh adalah fungsi gelombang tiga dimensi, dan dari fungsi gelombang itu kita memperoleh distribusi probabilitas posisi elektron.

Ketiga, bilangan kuantum muncul bukan sebagai aturan tambahan yang dipaksakan, melainkan sebagai konsekuensi matematis dari syarat bahwa fungsi gelombang harus terhingga, bernilai tunggal, dan ternormalisasi.

---

## 14.2 Dari sistem proton-elektron ke partikel efektif

Atom hidrogen sebenarnya terdiri dari dua partikel yang bergerak: proton dan elektron. Misalkan posisi elektron adalah  $\mathbf{r}_e$ , posisi proton adalah  $\mathbf{r}_p$ , massa elektron  $m_e$ , dan massa proton  $m_p$ . Interaksi listrik antara keduanya diberikan oleh potensial Coulomb

$$V(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_p) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_p|}.$$

Tanda negatif muncul karena muatan elektron dan proton berlawanan tanda, sehingga interaksinya menarik.

Agar masalah menjadi sederhana, kita definisikan koordinat relatif

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_p,$$

yaitu vektor dari proton ke elektron. Jarak antara elektron dan proton adalah

$$r = |\mathbf{r}|.$$

Dalam mekanika dua benda, gerak sistem dapat dipisahkan menjadi dua bagian: gerak pusat massa dan gerak relatif. Untuk struktur internal atom, yang penting adalah gerak relatif. Gerak relatif ini setara dengan satu partikel efektif bermassa

$$\mu = \frac{m_e m_p}{m_e + m_p},$$

yang disebut massa tereduksi.

Karena  $m_p$  jauh lebih besar daripada  $m_e$ , nilai  $\mu$  sangat dekat dengan  $m_e$ , tetapi tidak persis sama. Perbedaan kecil ini penting jika kita ingin membandingkan spektrum hidrogen dengan data eksperimen presisi tinggi. Penggunaan massa tereduksi dalam atom hidrogen merupakan koreksi dasar dari fakta bahwa proton tidak benar-benar diam (Griffiths & Schroeter, 2018).

Dengan demikian, persamaan Schrödinger tak bergantung waktu untuk atom hidrogen menjadi

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}).$$

Di sini:

- $\psi(\mathbf{r})$  adalah fungsi gelombang relatif elektron terhadap proton,
- $\nabla^2$  adalah operator Laplace tiga dimensi,
- $E$  adalah energi keadaan relatif,
- $\mu$  adalah massa tereduksi,
- $r$  adalah jarak elektron-proton.

Kita ingin mencari fungsi-fungsi  $\psi$  yang memenuhi persamaan ini sekaligus memenuhi syarat fisik: fungsi gelombang harus terhingga, bernilai tunggal, dan dapat dinormalisasi.

---

### 14.3 Potensial pusat dan koordinat bola

Potensial hidrogen hanya bergantung pada jarak  $r$ :

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Ia tidak bergantung pada arah. Potensial seperti ini disebut potensial pusat.

Karena sistem memiliki simetri bola, koordinat Kartesius  $(x,y,z)$  bukan pilihan paling efisien. Lebih alami memakai koordinat bola:

$$(r, \theta, \phi).$$

Maknanya:

- $r$  adalah jarak dari pusat,
- $\theta$  adalah sudut polar dari sumbu  $z$ ,
- $\phi$  adalah sudut azimut di bidang  $xy$ .

Dalam koordinat bola, fungsi gelombang ditulis sebagai

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi(r, \theta, \phi).$$

Karena potensial hanya bergantung pada  $r$ , kita mencoba bentuk terpisah

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)Y(\theta, \phi).$$

Langkah ini disebut pemisahan variabel. Artinya, kita mencari solusi yang merupakan hasil kali bagian radial  $R(r)$  dan bagian angular  $Y(\theta, \phi)$ . Metode ini berhasil karena Hamiltonian hidrogen memiliki simetri rotasi, sehingga bagian radial dan angular dapat dipisahkan (Shankar, 1994).

Secara fisik, pemisahan ini berarti kita dapat membedakan dua jenis informasi:

1. bagaimana probabilitas berubah terhadap jarak dari inti;
2. bagaimana probabilitas berubah terhadap arah.

Bagian pertama dikendalikan oleh  $R(r)$ . Bagian kedua dikendalikan oleh  $Y(\theta, \phi)$ .

---

## 14.4 Bagian angular: munculnya $l$ dan $m$

Bagian angular dari persamaan Schrödinger hidrogen sama dengan persoalan momentum sudut orbital yang telah dipelajari pada bab sebelumnya. Solusinya adalah fungsi-fungsi yang disebut harmonik bola, ditulis

$$Y_l^m(\theta, \phi).$$

Indeks  $l$  dan  $m$  adalah bilangan kuantum angular.

Bilangan kuantum  $l$  disebut bilangan kuantum momentum sudut orbital.  
Nilainya

$$l = 0, 1, 2, \dots$$

Untuk setiap  $l$ , bilangan kuantum  $m$ , yang disebut bilangan kuantum magnetik, memiliki nilai

$$m = -l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l - 1, l.$$

Jadi untuk  $l=0$ , hanya ada

$$m = 0.$$

Untuk  $l=1$ , ada tiga kemungkinan:

$$m = -1, 0, 1.$$

Untuk  $l=2$ , ada lima kemungkinan:

$$m = -2, -1, 0, 1, 2.$$

Secara matematis,  $l$  menentukan besar momentum sudut orbital:

$$L^2 Y_l^m = \hbar^2 l(l + 1) Y_l^m.$$

Sementara itu,  $m$  menentukan komponen momentum sudut pada sumbu  $z$ :

$$L_z Y_l^m = \hbar m Y_l^m.$$

Perhatikan bahwa  $m$  bukan berarti arah momentum sudut diketahui sepenuhnya. Dalam mekanika kuantum, kita dapat mengetahui  $L^2$  dan satu komponen, misalnya  $L_z$ , secara bersamaan, tetapi tidak semua komponen  $L_x$ ,  $L_y$ , dan  $L_z$  sekaligus. Ini mengikuti struktur komutator momentum sudut yang telah dibahas sebelumnya (Griffiths & Schroeter, 2018).

Contoh sederhana adalah keadaan dengan  $l=0$ . Karena

$$L^2 = \hbar^2 l(l+1) = 0,$$

keadaan ini tidak memiliki momentum sudut orbital. Fungsi angularnya adalah

$$Y_0^0(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}},$$

yang sama untuk semua arah. Maka keadaan  $l=0$  memiliki simetri bola.

---

## 14.5 Bagian radial: munculnya $n$

Setelah bagian angular dipisahkan, bagian radial memenuhi persamaan diferensial yang bergantung pada  $l$ . Bentuk radialnya lebih mudah ditulis jika kita menggunakan fungsi baru

$$u(r) = rR(r).$$

Dengan substitusi ini, persamaan radial dapat ditulis sebagai

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 u}{dr^2} + \left[ -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \right] u = Eu.$$

Persamaan ini terlihat seperti persamaan Schrödinger satu dimensi untuk koordinat  $r$ , tetapi dengan tambahan suku

$$\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}.$$

Suku ini disebut suku sentrifugal efektif. Ia bukan gaya sentrifugal klasik, tetapi secara matematis berperan seperti penghalang yang makin besar ketika  $r$  kecil, khususnya untuk  $l > 0$ . Artinya, keadaan dengan momentum sudut orbital lebih besar cenderung memiliki probabilitas lebih kecil sangat dekat dengan inti.

Solusi fisik dari persamaan radial hanya ada untuk energi tertentu. Syarat bahwa fungsi gelombang harus terhingga di  $r=0$ , menurun cukup cepat saat  $r \rightarrow \infty$ , dan dapat dinormalisasi menghasilkan bilangan kuantum baru:

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Bilangan ini disebut bilangan kuantum utama.

Untuk setiap  $n$ , nilai  $l$  yang diperbolehkan adalah

$$l = 0, 1, 2, \dots, n - 1.$$

Untuk setiap  $l$ , nilai  $m$  adalah

$$m = -l, -l + 1, \dots, l.$$

Jadi struktur bilangan kuantum atom hidrogen adalah

$$n = 1, 2, 3, \dots,$$

$$l = 0, 1, \dots, n - 1,$$

$$m = -l, \dots, l.$$

Sebagai contoh, untuk  $n=1$ , hanya mungkin

$$l = 0, \quad m = 0.$$

Untuk  $n=2$ , kemungkinan keadaannya adalah:

-  $l=0, m=0$ ;

-  $l=1$ ,  $m=-1,0,1$ .

Jadi pada  $n=2$ , ada empat keadaan orbital berbeda jika spin belum dihitung.

---

## 14.6 Energi atom hidrogen

Hasil paling terkenal dari penyelesaian Schrödinger untuk atom hidrogen adalah tingkat energinya:

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Sering juga ditulis sebagai

$$E_n = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

untuk pendekatan inti sangat berat, yaitu  $\mu \approx m_e$ . Jika memakai massa tereduksi, nilai numeriknya sedikit berbeda. Tanda negatif berarti elektron berada dalam keadaan terikat. Energi nol biasanya dipilih sebagai energi ketika elektron dan proton terpisah tak hingga.

Energi keadaan dasar, yaitu  $n=1$ , adalah sekitar

$$E_1 \approx -13.6 \text{ eV}.$$

Keadaan dengan  $n=2$  memiliki energi

$$E_2 \approx -3.4 \text{ eV}.$$

Keadaan dengan  $n=3$  memiliki energi

$$E_3 \approx -1.51 \text{ eV}.$$

Ketika  $n \rightarrow \infty$ , energi mendekati nol dari bawah. Ini sesuai dengan keadaan elektron yang makin lemah terikat dan akhirnya dapat terionisasi.

Ada hal penting di sini: dalam teori Schrödinger nonrelativistik untuk potensial Coulomb murni, energi hanya bergantung pada  $n$ , bukan pada  $l$  atau  $m$ . Jadi keadaan-keadaan berbeda seperti  $2s$  dan  $2p$  memiliki energi yang sama dalam pendekatan ini. Kesamaan energi untuk beberapa keadaan berbeda disebut degenerasi.

Degenerasi terhadap  $m$  dapat dipahami dari simetri rotasi: jika tidak ada medan luar yang memilih arah tertentu, semua orientasi ruang harus setara. Degenerasi tambahan terhadap  $l$  pada atom hidrogen adalah sifat khusus potensial Coulomb dan tidak berlaku umum untuk semua potensial pusat (Shankar, 1994).

---

## 14.7 Notasi orbital: s, p, d, dan seterusnya

Dalam fisika atom dan kimia, nilai  $l$  sering diberi nama huruf:

$$l = 0 \rightarrow s,$$

$$l = 1 \rightarrow p,$$

$$l = 2 \rightarrow d,$$

$$l = 3 \rightarrow f.$$

Setelah itu biasanya digunakan urutan alfabetik lanjutan.

Keadaan atom sering ditulis dengan gabungan  $n$  dan huruf  $l$ . Misalnya:

- $1s$  berarti  $n=1, l=0$ ;
- $2s$  berarti  $n=2, l=0$ ;
- $2p$  berarti  $n=2, l=1$ ;
- $3d$  berarti  $n=3, l=2$ .

Istilah orbital merujuk pada fungsi gelombang satu-elektron yang ditentukan oleh bilangan kuantum  $n, l$ , dan  $m$ . Orbital bukan orbit. Orbit adalah lintasan tajam seperti dalam mekanika klasik. Orbital adalah distribusi amplitudo probabilitas.

Jika fungsi gelombang adalah

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \phi),$$

maka rapat probabilitas menemukan elektron di sekitar titik  $(r, \theta, \phi)$  adalah

$$|\psi_{nlm}(r, \theta, \phi)|^2.$$

Namun dalam koordinat bola, elemen volume adalah

$$dV = r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi.$$

Karena itu, probabilitas menemukan elektron dalam elemen kecil volume tersebut adalah

$$|\psi_{nlm}(r, \theta, \phi)|^2 r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi.$$

Ini penting:  $|\psi|^2$  adalah rapat probabilitas per satuan volume, bukan probabilitas radial langsung.

---

## 14.8 Contoh orbital 1s

Keadaan dasar atom hidrogen adalah orbital 1s, dengan

$$n = 1, \quad l = 0, \quad m = 0.$$

Fungsi gelombangnya berbentuk

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a},$$

dengan

$$a = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{\mu e^2}.$$

Jika  $\mu \approx m_e$ , maka  $a$  menjadi radius Bohr biasa,

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}.$$

Nilai  $a_0$  sekitar

$$a_0 \approx 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}.$$

Skala panjang ini disebut radius Bohr. Dalam model Bohr lama, radius ini muncul sebagai jari-jari orbit elektron pada keadaan dasar. Dalam mekanika gelombang, ia muncul sebagai skala panjang alami fungsi gelombang keadaan dasar hidrogen (Griffiths & Schroeter, 2018).

Karena orbital 1s hanya bergantung pada  $r$ , rapat probabilitasnya simetris bola:

$$|\psi_{100}(r)|^2 = \frac{1}{\pi a^3} e^{-2r/a}.$$

Nilai  $|\psi|^2$  paling besar di  $r=0$ . Tetapi ini bukan berarti probabilitas terbesar menemukan elektron tepat di inti. Untuk menemukan probabilitas pada jarak antara  $r$  dan  $r+dr$ , kita harus memperhitungkan volume kulit bola.

Probabilitas radial didefinisikan sebagai

$$P(r) dr = \text{probabilitas menemukan elektron antara } r \text{ dan } r + dr.$$

Untuk keadaan 1s,

$$P(r) = 4\pi r^2 |\psi_{100}(r)|^2.$$

Maka

$$P(r) = \frac{4r^2}{a^3} e^{-2r/a}.$$

Fungsi ini nol di  $r=0$ , naik, lalu turun lagi. Maksimumnya terjadi pada

$$r = a.$$

Jadi jarak paling mungkin dari inti untuk keadaan dasar adalah  $a$ , yaitu radius Bohr tereduksi. Jika  $\mu \approx m_e$ , jarak paling mungkin ini adalah  $a_0$ .

Ini adalah contoh indah bagaimana radius Bohr muncul dari teori gelombang, bukan dari asumsi orbit klasik.

---

## 14.9 Orbital 2s dan 2p: simpul dan bentuk angular

Untuk  $n=2$ , ada dua jenis nilai  $l$ :

$$l = 0 \quad \text{dan} \quad l = 1.$$

Keadaan 2s memiliki  $n=2, l=0$ . Karena  $l=0$ , bagian angularnya masih simetris bola. Tetapi fungsi radialnya memiliki satu perubahan penting: ada titik tertentu di mana fungsi radial bernilai nol. Titik seperti ini disebut simpul.

Secara umum, simpul adalah tempat fungsi gelombang bernilai nol. Karena rapat probabilitas adalah  $|\psi|^2$ , pada simpul probabilitas menemukan elektron juga nol.

Untuk orbital hidrogen, jumlah simpul radial adalah

$$n - l - 1.$$

Maka untuk 2s,

$$n - l - 1 = 2 - 0 - 1 = 1.$$

Jadi orbital 2s memiliki satu simpul radial.

Keadaan 2p memiliki  $n=2, l=1$ . Jumlah simpul radialnya adalah

$$n - l - 1 = 2 - 1 - 1 = 0.$$

Namun orbital p memiliki struktur angular yang tidak simetris bola. Untuk  $l=1$ , ada tiga kemungkinan  $m$ :

$$m = -1, 0, 1.$$

Bentuk kompleks  $Y_l^m$  adalah basis alami untuk operator  $L(z)$ . Dalam kimia, sering digunakan kombinasi real dari ketiga fungsi tersebut sehingga muncul orbital yang dikenal sebagai  $p_x$ ,  $p_y$ , dan  $p_z$ . Nama-nama ini menggambarkan orientasi distribusi probabilitas dalam ruang, bukan lintasan elektron.

Sebagai contoh, orbital  $p_z$  memiliki dua lobus di sekitar arah  $+z$  dan  $-z$ , serta bidang simpul di bidang  $xy$ . Pada bidang simpul itu, fungsi gelombang bernilai nol.

---

## 14.10 Degenerasi energi dan jumlah keadaan pada kulit $n$

Karena energi hidrogen nonrelativistik hanya bergantung pada  $n$ , semua keadaan dengan  $l$  dan  $m$  berbeda tetapi  $n$  sama memiliki energi yang sama.

Untuk suatu  $n$ , jumlah keadaan orbital adalah

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1).$$

Kita dapat menghitung jumlah ini:

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = n^2.$$

Jadi tanpa memperhitungkan spin, setiap tingkat energi  $n$  memiliki degenerasi

$$n^2.$$

Contoh:

Untuk  $n=1$ :

$$1^2 = 1$$

hanya ada orbital 1s.

Untuk  $n=2$ :

$$2^2 = 4.$$

Keadaannya adalah satu 2s dan tiga 2p.

Untuk  $n=3$ :

$$3^2 = 9.$$

Keadaannya adalah satu 3s, tiga 3p, dan lima 3d.

Jika spin elektron dihitung, setiap orbital dapat memiliki dua keadaan spin. Maka jumlah keadaan satu-elektron untuk kulit  $n$  menjadi

$$2n^2.$$

Spin akan menjadi sangat penting dalam atom banyak elektron dan tabel periodik. Namun dalam penyelesaian Schrödinger hidrogen tanpa struktur halus, spin belum memengaruhi energi.

---

## 14.11 Spektrum hidrogen dari transisi energi

Salah satu kekuatan besar teori hidrogen adalah kemampuannya menjelaskan spektrum garis.

Jika elektron berpindah dari tingkat energi awal  $n_i$  ke tingkat energi akhir  $n_f$  dengan

$$n_i > n_f,$$

atom memancarkan foton. Energi foton adalah selisih energi:

$$h\nu = E_{n_i} - E_{n_f}.$$

Karena energi-energi  $E_n$  diskret, frekuensi  $\nu$  yang dipancarkan juga diskret. Inilah asal garis-garis spektrum hidrogen.

Dengan menggunakan

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2},$$

kita memperoleh

$$h\nu = \frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right).$$

Karena

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

maka

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right),$$

dengan  $R_H$  adalah konstanta Rydberg untuk hidrogen. Nilainya sedikit berbeda dari konstanta Rydberg untuk inti bermassa tak hingga karena efek massa tereduksi. Bentuk rumus ini sesuai dengan formula Rydberg yang telah diketahui secara empiris sebelum mekanika kuantum lengkap lahir, dan data spektrum atom hidrogen modern dapat ditemukan dalam basis data NIST Atomic Spectra Database (Kramida et al., n.d.).

Beberapa deret spektrum hidrogen terkenal adalah:

- deret Lyman: transisi menuju  $n_f=1$ , berada di ultraviolet;
- deret Balmer: transisi menuju  $n_f=2$ , sebagian berada di cahaya tampak;
- deret Paschen: transisi menuju  $n_f=3$ , berada di inframerah.

Contoh penting adalah garis Balmer- $\alpha$ , yaitu transisi

$$n_i = 3 \rightarrow n_f = 2.$$

Panjang gelombangnya berada di daerah merah cahaya tampak, sekitar 656 nm. Garis ini sangat penting dalam spektroskopi astronomi karena hidrogen sangat melimpah di alam semesta, dan garis Balmer sering muncul dalam spektrum bintang dan nebula (Kramida et al., n.d.).

---

## 14.12 Perbandingan dengan model Bohr

Model Bohr memberi energi

$$E_n \propto -\frac{1}{n^2},$$

sama seperti hasil Schrödinger untuk atom hidrogen. Ini menjelaskan mengapa model Bohr sangat berhasil untuk spektrum hidrogen.

Namun, perbedaan konseptualnya besar.

Dalam model Bohr, elektron dibayangkan bergerak dalam orbit lingkaran tertentu. Kuantisasi dimasukkan melalui aturan

$$L = n\hbar.$$

Dalam mekanika Schrödinger, tidak ada orbit tajam. Elektron dideskripsikan oleh fungsi gelombang. Bilangan kuantum muncul dari syarat matematis solusi gelombang.

Selain itu, dalam mekanika kuantum modern, momentum sudut orbital tidak diberikan oleh  $n\hbar$ , melainkan oleh

$$L^2 = \hbar^2 l(l + 1),$$

dengan

$$l = 0, 1, \dots, n - 1.$$

Jadi pada keadaan dasar hidrogen, yaitu 1s,

$$l = 0.$$

Artinya, momentum sudut orbital keadaan dasar adalah nol. Ini berbeda dari gambaran orbit lingkaran Bohr, yang memiliki momentum sudut tak nol. Dengan demikian, model Bohr benar dalam beberapa hasil energi, tetapi salah sebagai gambaran detail gerak elektron.

Mekanika Schrödinger mempertahankan keberhasilan numerik model Bohr sekaligus mengganti fondasi konseptualnya dengan teori gelombang probabilistik.

---

### **14.13 Makna fisik orbital: awan probabilitas, bukan lintasan**

Gambar orbital yang sering kita lihat dalam buku kimia atau fisika biasanya menunjukkan permukaan tiga dimensi. Permukaan itu bukan kulit keras tempat elektron berada. Biasanya, permukaan tersebut menunjukkan daerah yang mengandung persentase probabilitas tertentu, misalnya 90% peluang menemukan elektron.

Jadi jika kita menggambar orbital 1s sebagai bola, artinya probabilitasnya simetris ke semua arah. Jika kita menggambar orbital p sebagai dua lobus, artinya distribusi probabilitasnya lebih besar pada arah tertentu dan nol pada bidang simpul tertentu.

Penting untuk tidak mengatakan bahwa elektron “bergerak mengelilingi inti mengikuti bentuk orbital”. Orbital bukan lintasan. Orbital adalah keadaan kuantum.

Analogi yang membantu adalah peta kepadatan penduduk. Peta kepadatan tidak memberi tahu lintasan tiap orang, tetapi memberi tahu di mana kemungkinan besar seseorang ditemukan. Demikian pula, orbital memberi distribusi probabilitas posisi elektron, bukan jalur geraknya.

Namun analogi ini ada batasnya. Dalam mekanika kuantum, sebelum pengukuran posisi dilakukan, kita tidak boleh begitu saja menganggap elektron memiliki posisi pasti yang hanya tidak kita ketahui. Interpretasi probabilistik Born menyatakan bahwa fungsi gelombang memberi amplitudo probabilitas, dan  $|\psi|^2$  memberi rapat probabilitas hasil ukur posisi (Born, 1926).

---

## 14.14 Batas teori Schrödinger hidrogen sederhana

Penyelesaian yang kita lakukan sangat kuat, tetapi belum mencakup semua efek fisika nyata. Kita telah memakai beberapa asumsi:

1. elektron diperlakukan secara nonrelativistik;
2. interaksi hanya potensial Coulomb;
3. spin elektron belum dimasukkan dalam Hamiltonian;
4. efek struktur halus, struktur hiperhalus, dan koreksi elektrodinamika kuantum belum dihitung;
5. proton dianggap sebagai partikel bermuatan dengan massa tertentu, tanpa struktur internal.

Untuk banyak tujuan dasar, pendekatan ini sangat baik. Tetapi spektroskopi presisi tinggi menunjukkan perbedaan kecil dari energi Schrödinger sederhana. Koreksi-koreksi seperti struktur halus, efek spin-orbit, dan Lamb shift diperlukan untuk menjelaskan detail spektrum dengan ketelitian tinggi. Sebagian dari koreksi ini akan muncul pada bab tentang spin, penjumlahan momentum sudut, dan struktur halus.

Dengan kata lain, atom hidrogen tidak berakhir di bab ini. Ia justru menjadi pintu masuk menuju mekanika kuantum yang lebih dalam.

---

## 14.15 Ringkasan bab

Atom hidrogen adalah contoh utama bagaimana persamaan Schrödinger menghasilkan struktur atom dari prinsip gelombang.

Kita mulai dari sistem proton-elektron dan mereduksinya menjadi satu partikel efektif bermassa tereduksi  $\mu$  dalam potensial Coulomb

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Karena potensial hanya bergantung pada  $r$ , koordinat bola adalah pilihan alami. Pemisahan variabel memberi bentuk fungsi gelombang

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \phi).$$

Dari bagian angular muncul bilangan kuantum

$$l = 0, 1, \dots, n - 1$$

dan

$$m = -l, \dots, l.$$

Dari bagian radial muncul bilangan kuantum utama

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

serta tingkat energi

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}.$$

Energi hanya bergantung pada  $n$ , sehingga terjadi degenerasi. Tanpa spin, tingkat energi  $n$  memiliki  $n^2$  keadaan orbital. Dengan spin, jumlah keadaan satu-elektron menjadi  $2n^2$ .

Radius Bohr muncul sebagai skala panjang alami fungsi gelombang,

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2},$$

atau, jika massa tereduksi dipakai,

$$a = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}.$$

Pada keadaan dasar  $1s$ , jarak paling mungkin elektron dari inti adalah  $r=a$ . Ini menunjukkan bahwa radius Bohr dapat dipahami tanpa membayangkan elektron berada pada orbit klasik.

Akhirnya, perbedaan tingkat energi menjelaskan garis-garis spektrum hidrogen melalui

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right).$$

Dengan demikian, atom hidrogen menghubungkan matematika persamaan Schrödinger dengan data eksperimen spektroskopi. Ia adalah salah satu keberhasilan paling penting dari mekanika kuantum.

## References

Bohr, N. (1913). On the Constitution of Atoms and Molecules. *Philosophical Magazine*, 26(151), 1-25.

Born, M. (1926). Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge. *Zeitschrift für Physik*, 37, 863-867.

Griffiths, D. J., & Schroeter, D. F. (2018). *Introduction to Quantum Mechanics* (3rd ed.). Cambridge University Press.

Kramida, A., Ralchenko, Yu., Reader, J., & NIST ASD Team. (n.d.). NIST Atomic Spectra Database, NIST Standard Reference Database 78. National Institute of Standards and Technology. <https://physics.nist.gov/asd>

Schrödinger, E. (1926). Quantisierung als Eigenwertproblem. *Annalen der Physik*, 79, 361-376.

Shankar, R. (1994). *Principles of Quantum Mechanics* (2nd ed.). Springer.

# Document information

## Bab 14: Atom Hidrogen

---

<b>Project</b>	Mekanika Kuantum
<b>Document</b>	Document 1.18
<b>Author</b>	terry.mart
<b>Verifier</b>	Not verified
<b>Downloaded</b>	July 06, 2026 01:32 KST
<b>Status</b>	Working
<b>Document link</b>	<a href="https://theorytrace.com/projects/mekanika-kuantum/documents/bab-14-atom-hidrogen/">https://theorytrace.com/projects/mekanika-kuantum/documents/bab-14-atom-hidrogen/</a>